Transformations de Lorentz

https://fr.wikipedia.org/wiki/Transformations_de_Lorentz

Ces transformations sont de la forme

(1) $x' = a_1 x + b_1 ct$

(2) $ct' = a_2 x + b_2 ct$

Pour la lumière

$$(x - ct = 0) \Rightarrow (x' - ct' = 0)$$

en soustrayant et en additionnant (1) et (2) avec

$$\lambda = a_1 - b_1$$

$$\mu = a_1 + b_1$$

(3) $x' - ct' = \lambda(x - ct)$

(4) $x' + ct' = \mu(x + ct)$

Transformations de Lorentz (suite)

en soustrayant et en additionnant (3) et (4) avec

$$a=\frac{\lambda+\mu}{2}$$

$$b=\frac{\lambda-\mu}{2}$$

(5) $x'=a.x+b.ct$

(6) $ct'=a.ct-b.x$

A l'origine du repère R', x'=0

Par (5) $x=\frac{b}{a}.ct$

Transformations de Lorentz (suite)

soit v, la vitesse de R' par rapport à R

$$v = \frac{x}{t} = \beta c \quad \text{Avec} \quad \beta = \frac{b}{a}$$

A l'origine du repère R, x=0

Par (6) $t' = a.t$

soit v', la vitesse de R par rapport à R'

$$v' = \frac{x'}{t'} = \frac{-b.ct}{t'} = \frac{-b.ct}{at} = \frac{-bc}{a}$$

$$\beta' = \frac{v'}{c} = -\frac{v}{c} = -\beta$$

les équations (5) et (6) deviennent

(7) $x' = a\left(x - \beta . ct\right)$

(8) $c.t' = a\left(ct - \beta . x\right)$

Transformations de Lorentz (suite)

En intervertissant les rôles de R et R' et en tenant compte de

$$\beta = -\beta'$$

(9) $$x = a\left(x' + \beta . ct'\right)$$

(10) $$c.t = a\left(ct' + \beta . x'\right)$$

En introduisant (7) et (8) dans (9), on a

$$x = a^2\left(x - \beta . ct + \beta . ct - x . \beta^2\right)$$

$$x = a^2 x\left(1 - \beta^2\right)$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Transformations de Lorentz (suite)

Et finalement les transformations de Lorentz sont

(7) $$x' = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}(x - \beta . ct)$$

(8) $$c.t' = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}(ct - \beta . x)$$